



**HYPOTHÈSE**

# Application de tests statistiques de martingale à un GSE risque-neutre

La génération de scénarios économiques constitue une étape indispensable dans la **modélisation des revalorisations futures** pour les garanties de type épargne et retraite.

L'appréciation des scénarios économiques par rapport aux exigences réglementaires (notamment de *market-consistency*) et aux propriétés théoriques des modèles représente aujourd'hui un enjeu important pour la fonction actuarielle d'un organisme vie. S'agissant de GSE risque-neutre, un des critères structurants d'évaluation du caractère risque-neutre des scénarios est le test martingale, qui vérifie que les prix actualisés des actifs projetés sont des martingales sous la probabilité risque-neutre. L'approche la plus répandue aujourd'hui sur le marché (dite «test standard») consiste à tester que l'espérance des processus de prix actualisés est constante au cours de la projection, condition nécessaire mais non suffisante pour une martingale. Le principal attrait de cette méthode réside dans la simplicité de sa mise en œuvre et de son interprétation. Les tests statistiques de martingale représentent une dé-


marche statistique alternative pour conduire ce test. Cette approche permet de définir des critères de rejet de l'hypothèse martingale de façon à apprécier le respect de la propriété martingale de scénarios économiques risque-neutre. Contrairement au test martingale standard, qui s'appuie sur l'ensemble des simulations pour évaluer l'espérance des processus de prix actualisés, les tests statistiques développés considèrent de façon indépendante chaque trajectoire des processus, i.e. pour chaque simulation, on dispose d'une série temporelle à laquelle va s'appliquer la statistique du test. En testant le caractère non prédictible (ou absence de mémoire) de la série, le résultat du test indique alors si l'hypothèse martingale (ou une condition nécessaire, typiquement l'absence d'autocorrélation, selon le test utilisé) est rejetée pour le scénario considéré. L'application de différents tests statistiques à plusieurs actifs du GSE révèle d'abord une importante disparité des résultats obtenus, à travers un net impact du test utilisé et de l'actif auquel il s'applique. Plus précisément, on peut montrer que les tests statistiques ne rejettent pas l'hypothèse martingale dans les mêmes scénarios selon l'actif considéré. Du fait de la structure complexe d'un GSE, la capacité à détecter des erreurs d'implémentation des modèles apparaît comme une propriété éminemment souhaitable pour un test de GSE. Différents exemples ont permis de constater la capacité des tests statistiques à mieux détecter des erreurs d'implémentation que le test standard. Les tests statistiques ne sont cependant pas des outils de contrôle infaillibles puisqu'ils ne détectent pas systématiquement tous les exemples d'erreurs implémentées. L'utilisation des tests statistiques de martingale comme source d'information complémentaire pour la fonction actuarielle peut ainsi être recommandée. Pour autant, l'emploi de ces tests nécessite de bien appréhender le sujet, notamment dans la sélection des tests et des niveaux d'acceptation associés, et dans la définition des variables (actifs) sur lesquels ils vont être menés. Ces choix doivent être effectués, notamment à la lumière des procédés de discrétisation retenus et de l'horizon de projection (ce dernier impacte directement la taille d'échantillon des tests).

**Références bibliographiques :**  
 Escanciano J., Lobato I. [2009] « Testing the martingale hypothesis », *Palgrave Hand-Book of Econometrics*, éd. K. Patterson and T. C. Mills, vol. 29, 972-1003.  
 Park J., Whang Y. [2005] « Testing for the martingale hypothesis », *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, vol. 9, 1-30.  
 Bollothe F., Théron P. [2018] « Testing the martingale hypothesis in a risk-neutral ESG », *Working Paper*. NB1 : De nombreux tests statistiques de martingale sont disponibles sous R via le package « vrtest » <https://cran.r-project.org/web/packages/vrtest/vrtest.pdf>  
 NB2 : Un mémoire d'actuaire portant sur le sujet est disponible au lien suivant <http://www.ressources-actuarielles.net/VC12574E200674F5B/0/8B04CE005A780EF1C125822900462726>



**Florian BOLLOTTE**  
 Consultant au sein du cabinet GALEA & Associés et actuaire associé IA

14



**STOCHAG**

**ALCULS STOCHASTIQUES LES PLUS RAPIDES DU MARCHÉ**  
 Solution Complète de Modélisation Actuarielle

- Compression des données
- Solvabilité II & IFRS 17
- Capacité de calcul illimitée: millions de modèles & milliers de scénarios.
- Projections de modèles stochastiques
- Modèles les plus complexes s'exécutent en minutes ou secondes, sans limite HPC.
- ALM : Modélisation Actif / Passif
- Analyse Financière Dynamique (DFA)
- Full up Modeling: Outil de développement de modèles sur C++ à la vitesse de la lumière.
- Calcul de MCEV
- Audit Trail Blockchain, Chat Room, Calculateur Actuariel Intégré, etc.

**Compatibilité avec la plateforme EC2 P3 d'Amazon AWS**  
 Lancée par 8 GPU Tesla V100, représentant 40,960 cœurs CUDA et 5120 cœurs de processeurs, l'EC2 P3 est de loin la solution HPC la plus avancée.

[www.insurtechglobal.com](http://www.insurtechglobal.com)    [info@insurtechglobal.com](mailto:info@insurtechglobal.com)  
 France: +33 7 88 41 51 70    USA: +1 (877) 315-6888